RADICAUX

(3UAA5 : outils algébriques)

Dans ce chapitre, nous allons nous contenter des exercices les plus importants pour la suite de votre scolarité. N'oubliez pas de retourner voir les exemples dans la partie « théorie » en cas de souci ou d'hésitation.

LES RADICAUX

Les racines carrées (radicaux d'indice 2)

Calcule :

$\sqrt{1}$ =	$\sqrt{144}$ =	$\sqrt{0,25}$ =	$\sqrt{1000000}$ =
$\sqrt{9}$ =	$\sqrt{625}$ =	$\sqrt{0,000004}$ =	$\sqrt{490000}$ =
$\sqrt{81}$ =	$\sqrt{169}$ =	$\sqrt{1600}$ =	$\sqrt{1,21}$ =
$\sqrt{100}$ =	$\sqrt{0}$ =	$\sqrt{0,0036}$ =	$\sqrt{0,01}$ =

Encadrement et valeurs approchées d'un nombre réel

1) Encadre mentalement par des nombres entiers :

.... $< \sqrt{90} <$ ....

.... $< \sqrt{45} <$ ....

.... $< \sqrt{12} <$ ....

.... $< \sqrt{474} <$ ....

.... $< \sqrt{104} <$ ....

.... $< \sqrt{250} <$ ....

2) Encadre avec ta calculatrice et entoure la valeur arrondie :

À 0,1 près : .... $< \sqrt{1265} <$ ....

À $\frac{1}{100}$ près : .... $< \sqrt{896} <$ ....

À 10^{-3} près : .... $< \sqrt{12456} <$ ....

À 0,0001 près : .... $< \sqrt{987} <$ ....

3) Précise avec ta calculatrice :

La V.A.E. à 0,1 près de $\sqrt{417}$ → ....

La valeur arrondie à $\frac{1}{100}$ près de $\sqrt{29}$ → ....

La V.A.D. à 10^{-4} près de $\sqrt{173}$ → ....

La valeur arrondie à 0,001 près de $\sqrt{541}$ → ....

Calcul dans $\mathbb{R}$

Effectue en respectant les priorités des opérations.

$\sqrt{4}+5.3^2=$

$\sqrt{8^2+34:2}+2\sqrt{16}=$

$\sqrt{4+3.7}+\sqrt{4}+3.7=$

$\sqrt{(5-2)^2+16:(-5)}=$

$\dfrac{4^2+\sqrt{12.3}}{\sqrt{3^2+10.4^2}}=$

$\dfrac{\sqrt{10^2-8^2}}{\sqrt{0,36}}=$

Propriétés des radicaux

Applique les propriétés des radicaux pour calculer simplement :

$\sqrt{125}.\sqrt{80}=$

$\dfrac{\sqrt{147}}{\sqrt{3}}=$

$\sqrt{45}.\sqrt{20}=$

$\dfrac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}=$

$\sqrt{24}.\sqrt{6}=$

$\dfrac{\sqrt{4000}}{\sqrt{10}}=$

Simplification des radicaux

Rappel : il y a trois conditions pour simplifier le plus facilement un radical :

- Décomposer le radical en **UN PRODUIT**
- Dans ce produit, un facteur doit être **UN CARRÉ PARFAIT**
- Ce carré parfait doit être **LE PLUS GRAND POSSIBLE**

Exemples :

1) Simplifie $\sqrt{20}$

Attention : il ne sert à rien de décomposer 20 en 16+4 ; en effet, $\sqrt{16+4}\neq\sqrt{16}+\sqrt{4}$

La première chose à faire est de chercher un diviseur de 20 qui est un carré parfait (autre que 1 évidemment !)

Div20 = {1, 2, 4, 5, 10, 20} ⇨ 4 est le seul carré parfait.

On peut donc décomposer 20 en 4.5

$\sqrt{20}=\sqrt{4.5}=\sqrt{4}.\sqrt{5}=2.\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

2) Simplifie $\sqrt{108}$

Div108 = {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 27, 36, 54, 108} ⇨ 4, 9 et 36 sont des carrés parfaits.

On peut donc décomposer 108 en 36.3

$\sqrt{108} = \sqrt{36.3} = \sqrt{36}.\sqrt{3} = 6.\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

On aurait pu décomposer 108 en 4.27 mais ça aurait été plus long (⇨ risque de s'arrêter après la 1ère simplification)

$\sqrt{108} = \sqrt{4.27} = \sqrt{4}.\sqrt{27} = 2.\sqrt{27} = 2.\sqrt{9.3} = 2.\sqrt{9}.\sqrt{3} = 2.3.\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

De même, on aurait pu décomposer 108 en 9.12

$\sqrt{108} = \sqrt{9.12} = \sqrt{9}.\sqrt{12} = 3.\sqrt{12} = 3.\sqrt{4.3} = 3.\sqrt{4}.\sqrt{3} = 3.2.\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

Simplifie les radicaux au maximum :

1) $\sqrt{27} =$

2) $\sqrt{75} =$

3) $\sqrt{48} =$

4) $\sqrt{\frac{2}{9}} =$

5) $\sqrt{\frac{36}{48}} =$

6) $\sqrt{72} =$

7) $\sqrt{242} =$

8) $\sqrt{245} =$

9) $\sqrt{\frac{16}{27}} =$

10) $\sqrt{\frac{12}{49}} =$

11) $\sqrt{8} =$

12) $\sqrt{10000} =$

13) $\sqrt{4500} =$

14) $\sqrt{\frac{3}{4}} =$

15) $\sqrt{180} =$

16) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} =$

17) $\sqrt{150} =$

18) $\sqrt{300} =$

19) $\sqrt{\frac{7}{8}} =$

20) $\frac{\sqrt{75}}{5} =$

Sans calculatrice, compare en utilisant les symboles <, = ou >

$2\sqrt{50}......3\sqrt{5}$

$4\sqrt{5}......\sqrt{45}$

$3\sqrt{2}......\sqrt{18}$

$2\sqrt{5}......5\sqrt{2}$

$2\sqrt{2}......3$

$5\sqrt{2}......4\sqrt{3}$

Opérations sur les radicaux

Rappel : on ne peut additionner ou soustraire que des radicaux semblables.
On n'effectue donc des opérations sur les radicaux qu'après les avoir simplifiés au maximum.

Exemples :

$\sqrt{72} + \sqrt{18} = \sqrt{36.2} + \sqrt{9.2} = 6\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$

$\sqrt{28} + \sqrt{45} = \sqrt{4.7} + \sqrt{9.5} = 2\sqrt{7} + 3\sqrt{5}$ ⇨ on ne peut pas additionner ces deux radicaux !

Effectue les additions et les soustractions suivantes :

1) $5\sqrt{2}+7\sqrt{2}-3\sqrt{2}=$

2) $\sqrt{12}+2\sqrt{3}=$

3) $\sqrt{27}-\sqrt{75}=$

4) $\sqrt{54}+2\sqrt{24}-\sqrt{150}=$

5) $-\sqrt{45}-\sqrt{125}+\sqrt{80}=$

6) $\sqrt{48}+\sqrt{3}-\sqrt{27}=$

7) $\sqrt{18}+\sqrt{8}-\sqrt{2}=$

8) $\sqrt{3}+2\sqrt{3}-5\sqrt{3}=$

9) $\sqrt{98}-\sqrt{72}+\sqrt{32}=$

10) $\sqrt{48}+3\sqrt{27}+2\sqrt{25}=$

Rappel : on peut multiplier ou diviser tous les radicaux en appliquant les propriétés.

Exemples :

$\sqrt{5}.\sqrt{15}=\sqrt{5}.\sqrt{5.3}=\sqrt{5^2}.\sqrt{3}=5\sqrt{3}$ ou $\sqrt{5}.\sqrt{15}=\sqrt{5.15}=\sqrt{75}=\sqrt{25.3}=5\sqrt{3}$

$\sqrt{8}.\sqrt{50}=\sqrt{4.2}.\sqrt{25.2}=\sqrt{4}.\sqrt{25}.\sqrt{2^2}=2.5.2=20$ ou $\sqrt{8}.\sqrt{50}=\sqrt{8.50}=\sqrt{400}=20$

$\frac{\sqrt{240}}{\sqrt{12}}=\frac{\sqrt{16.15}}{\sqrt{4.3}}=\frac{4\sqrt{15}}{2\sqrt{3}}=2\sqrt{\frac{15}{3}}=2\sqrt{5}$ ou $\frac{\sqrt{240}}{\sqrt{12}}=\sqrt{\frac{240}{12}}=\sqrt{20}=\sqrt{4.5}=2\sqrt{5}$

Effectue les multiplications et les divisions suivantes et simplifie tes réponses au maximum :

1) $\sqrt{5}.\sqrt{5}=$

2) $\sqrt{2}\,.\,\sqrt{8}=$

3) $\sqrt{3}\,.\,\sqrt{21}=$

4) $\frac{\sqrt{96}}{2\sqrt{2}}=$

5) $\sqrt{12}\,.\,\sqrt{\frac{1}{27}}=$

6) $\sqrt{7}\,.\,\sqrt{14}=$

7) $\sqrt{10}\,.\,\sqrt{125}\,.\,\sqrt{8}=$

8) $(3\sqrt{5})^2=$

9) $\sqrt{\frac{7}{2}}:\sqrt{\frac{7}{32}}=$

10) $\sqrt{8}\,.\,\sqrt{\frac{1}{2}}=$